

6. Đề số 6

Bài 1. (2 điểm) Giải các bất phương trình và phương trình sau:

a) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 5x - 6} \geq 1$

b) $\sqrt{-x^2 + 2x + 24} = 3 + 2x$

Bài 2. (1 điểm) Định các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi số thực x

$$(m - 2)x^2 - 2(m + 3)x + m + 3 < 0$$

Bài 3. (1 điểm) Khai triển biểu thức sau: $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$

Bài 4. (2 điểm)

- a) Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 7 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 8 viên bi. Tính xác suất của biến cố A : "Các bi được chọn có đúng có 2 màu".
- b) Lớp 11A có 21 học sinh giỏi Toán, 16 học sinh giỏi Lý, 11 em không giỏi Toán và cũng không giỏi Lý. Chọn 2 em học sinh để tham gia dự án, tính xác suất của biến cố B: "Chọn được 2 em giỏi cả hai môn Toán và Lý", biết lớp có 40 học sinh.

Bài 5. (2 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(3; -4)$.
- b) Lập phương trình đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng (D) : $3x - y + 2020 = 0$ và cách điểm $E(-2; 5)$ một khoảng bằng $\sqrt{10}$.

Bài 6. (2 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

- a) Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C).
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại tiếp điểm $F(-1; -7)$

STAR EDUCATION
Success Through Academic Readiness

6. Đề số 6

Bài 1. a) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 5x - 6} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-2x + 8}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$

Ta có:

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -6.$$

$$-2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-6	1	4	$+\infty$
VT	+		-		+ 0 -

Vậy $S = (-\infty; -6) \cup (1; 4]$.

b) $\sqrt{-x^2 + 2x + 24} = 3 + 2x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 24 = (3 + 2x)^2$ (Điều kiện: $-x^2 + 2x + 24 \geq 0$)
 $\Leftrightarrow x = 1(N) \vee x = -3(N)$

Bài 2. $(m - 2)x^2 - 2(m + 3)x + m + 3 < 0(*)$

TH1: $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$

$(*) \Leftrightarrow -10x + 5 < 0.$

TH2: $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2.$

Đặt $f(x) = (m - 2)x^2 - 2(m + 3)x + m + 3.$

Để $f(x) < 0$ thì $m - 2 > 0$ và $\Delta < 0$. Suy ra $m > 2$ và $4(m + 3)^2 - 4 \cdot (m - 2) \cdot (m + 3) < 0.$

Giải bất phương trình, ta được $m < 2$ và $m < -3.$

Vậy $m < -3.$

Bài 3. $81x^2 - 108x + 54 - \frac{12}{x} + \frac{1}{x^2}$

Bài 4. a) Không gian mẫu:

Lấy ngẫu nhiên 8 viên bi trong 15 viên bi: $C_{15}^8.$

Biến cố: Các bi được chọn có đúng có 2 màu.

Trường hợp 1: 1 xanh, 7 vàng: $C_3^1 \cdot C_7^7.$

Trường hợp 2: 2 xanh, 6 vàng: $C_3^2 \cdot C_7^6.$

Trường hợp 3: 3 xanh, 5 vàng: $C_3^3 \cdot C_5^5.$

Trường hợp 4: 3 xanh, 5 đỏ: $C_5^1 \cdot C_7^7.$

Trường hợp 5: 1 đỏ, 7 vàng: $C_5^2 \cdot C_7^6.$

Trường hợp 6: 2 đỏ, 6 vàng: $C_5^2 \cdot C_7^6.$

Trường hợp 7: 3 đỏ, 5 vàng: $C_5^3 \cdot C_7^5.$

Trường hợp 8: 4 đỏ, 4 vàng: $C_5^4 \cdot C_7^4.$

Trường hợp 8: 5 đỏ, 3 vàng: $C_5^5 \cdot C_7^3.$

Vậy xác suất là $\frac{541}{6435}.$

b) Số học sinh chỉ giỏi Toán, chỉ giỏi Lý và giỏi cả 2 môn là: $40 - 11 = 29$ học sinh.

Gọi x là số học sinh chỉ giỏi Toán, y là số học sinh chỉ giỏi Lý, z là số học sinh giỏi cả 2 môn.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 21 \\ y + z = 16 \\ x + y + z = 29 \end{cases}$$
 Giải hệ phương trình, ta tính được $x =$

13, $y = 8$, $z = 8$.

Do đó số học sinh giỏi cả 2 môn là 8 học sinh.

Không gian mẫu: Chọn 2 học sinh trong 40 học sinh: C_{40}^2 .

Biến cố: Chọn được 2 học sinh giỏi cả 2 môn toán và lý: C_8^2 .

Vậy xác suất là $\frac{7}{195}$.

Bài 5. a) $\vec{AB} = (2, -5)$. Suy ra VTPT $\vec{n} = (5, 2)$.

Phương trình đường thẳng đi qua $A(1, 1)$ và có VTPT $\vec{n} = (5, 2)$ là: $5x + 2y - 7 = 0$.

b) $(\Delta) : 3x - y + c = 0$

$$d(E, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-2) - 1 \cdot 5 + c|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |c - 11| = 10 \Leftrightarrow c = 21 \vee c = 1.$$

Bài 6. a) $I(2, -3); R = 3$.

b) Gọi d là tiếp tuyến.

$$\vec{IF} = (-3, -4) = \vec{n}_d.$$

Phương trình tiếp tuyến d đi qua $F(-1, -7)$ và có VTPT $\vec{n} = (-3, -4)$ là: $3x + 4y + 31 = 0$.

STAR EDUCATION

Success Through Academic Readiness