5. Đề số 5

Bài 1. *(2 điểm)* Giải các bất phương trình và phương trình sau:

a) $\dfrac{2x+7}{x-1} \leq x+9$

b) $\left|x^2-4x+2\right| = 3x-10$

Bài 2. *(1 điểm)* Tìm giá trị tham số a để trong khai triển $(a+x)(1+x)^4$ có một số hạng là $22x^2$.

Bài 3. *(2 điểm)* Trường X tổ chức kiểm tra tập trung 3 môn Toán, Văn và Ngoại ngữ cho học sinh khối 11 trong thời gian một tuần (không tổ chức kiểm vào ngày chủ nhật). Biết rằng mỗi ngày học sinh chỉ kiểm tra một môn. Tính xác suất để môn Toán kiểm tra đầu tiên và các môn không kiểm tra vào hai ngày liên tiếp nhau.

Bài 4. *(1 điểm)* Định m để bất phương trình sau luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$:

$$(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 3m \geq 0$$

Bài 5. *(2 điểm)* Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;-5)$ và đường thẳng $\triangle : 3x+y-2=0$.

a) Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng $\triangle$.

b) Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với $(\triangle)$.

c) Xác định tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng $(\triangle)$.

Bài 6. *(1 điểm)* Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;-5), B(-4;1)$ và đường thẳng $\triangle$: $3x-2y-1=0$. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A, B và có tâm nằm trên đường thẳng $\triangle$.

Bài 7. *(1 điểm)* Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta : x+y+4=0$ và cắt đường tròn $(C) : (x-1)^2+(y+3)^2 = 4$ tại hai điểm $A; B$ sao cho tam giác IAB là tam giác vuông cân, I là tâm của đường tròn.

5. Đề số 5

Bài 1. a) $\dfrac{2x+7}{x-1} \leq x+9 \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-6x+16}{x-1}$.

Ta có:

$-x^2-6x+16=0 \Leftrightarrow x=2$ hay $x=-8$.

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-8		1		2		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Vậy $S=[-8;1)\cup[2;-\infty)$.

b) $\left|x^2-4x+2\right|=3x-10 \Leftrightarrow x^2-4x+2=3x-10 \vee x^2-4x+2=-3x+10$

$\Leftrightarrow x=4 \vee x=3 \vee x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \vee x=\dfrac{1-\sqrt{33}}{2}$.

Bài 2. Khai triển $(1+x)^4$, rồi nhân với $a+x$ ta được:

$$(a+x)(1+x)^4=x^5+(a+4)x^4+(4a+6)x^3+(6a+4)x^2+(4a+1)x+a.$$

Từ đó, để trong khai triển trên có số hạng $22x^2$, phải có $6a+4=22$ hay $a=3$.

Bài 3. Không gian mẫu:

Chọn 3 ngày khác nhau trong 6 ngày để kiểm tra tập trung 3 môn Toán, văn, ngoại ngữ: A_6^3.

Biến cố: Chọn 3 ngày khác nhau sao cho môn Toán kiểm tra đầu tiên và các môn không kiểm tra vào hai ngày liên tiếp nhau.

Trường hợp 1: Toán thứ 2, văn thứ 4, ngoại ngữ thứ 6: 1 cách.

Trường hợp 2: Toán thứ 2, văn thứ 4, ngoại ngữ thứ 7: 1 cách.

Trường hợp 3: Toán thứ 2, văn thứ 5, ngoại ngữ thứ 7: 1 cách.

Trường hợp 4: Toán thứ 2, văn thứ 7, ngoại ngữ thứ 4: 1 cách.

Trường hợp 5: Toán thứ 2, văn thứ 6, ngoại ngữ thứ 4: 1 cách.

Trường hợp 6: Toán thứ 2, văn thứ 7, ngoại ngữ thứ 5: 1 cách.

Trường hợp 7: Toán thứ 3, văn thứ 5, ngoại ngữ thứ 7: 1 cách.

Trường hợp 8: Toán thứ 3, văn thứ 7, ngoại ngữ thứ 5: 1 cách.

Suy ra có 8 cách.

Vậy xác suất là $\dfrac{8}{A_6^3}=\dfrac{1}{15}$.

Bài 4. $(m-1)x^2+2(m-1)x+3m \geq 0 (*)$

TH1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$.

$(*) \Leftrightarrow 3 \geq 0$ (luôn đúng).

TH2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Đặt $f(x)=(m-1)x^2+2(m-1)x+3m$.

Để $f(x) \geq 0$ thì $m-1>0$ và $\triangle \leq 0$. Suy ra $m>1$ và $4(m-1)^2-4\cdot(m-1)\cdot 3m) \leq 0$.

Giải bất phương trình, ta được $m>1$ và $m \leq -\dfrac{1}{2}$ hay $m \geq 1$.

Vậy $m>1$.

Bài 5. a) $d(A,\triangle)=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

b) Vì d vuông góc với $(\triangle)$ nên d có VTCP là $\vec{u}_d=\vec{n}_\triangle=(3;1)$. Do đó $\vec{n}_d=(1;-3)$. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;-5)$ và có VTPT $\vec{n}_d=(1;-3)$ là $(d): x-3y-17=0$.

c) Gọi $H(x_H,y_H)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng $(\triangle)$.
Khi đó $\overrightarrow{AH}=(x_H-2,y_H+5)$.
Vì $H(x_H,y_H)$ là hình chiếu của A lên đường thẳng $(\triangle)$ nên $AH\perp(\triangle)$.
Do đó $\overrightarrow{AH}//\vec{n}_\triangle=(3;1)\Leftrightarrow\dfrac{x_H-2}{3}=\dfrac{y_H+5}{1}\Leftrightarrow x_H-3y_H-17=0$ (1).
Lại có $H\in(\triangle)$ nên $3x_H+y_H-2=0$ (2).
Từ (1), (2) ta tính được $x_H=\dfrac{23}{10}$, $y_H=\dfrac{-49}{10}$.
Vì H là trung điểm của AA', sử dụng công thức trung điểm, ta tính được $x'_A=\dfrac{13}{5}$ và $y'_A=\dfrac{-24}{5}$.

Bài 6. Gọi $I(x_I,y_I)$ là tâm của đường tròn. Khi đó $3x_I-2y_I-1=0$. (1)
Ta có: $IA^2=IB^2\Leftrightarrow(2-x_I)^2+(-5-y_I)^2=(-4-x_I)^2+(1-y_I)^2\Leftrightarrow-12x_I+12y_I+12=0$ (2).
Từ (1), (2) ta tính được $x_I=-1$ và $y_I=-2$.
Vậy phương trình đường tròn là $(x+1)^2+(y+2)^2=18$.

Bài 7. Tâm $I(1,-3)$, $R=2$.
Vì $d//(\triangle)$ nên $d: x+y+c=0$, $c\neq 4$.
Gọi H là hình chiếu của I lên d. Dễ dàng tính được $IH=\sqrt{2}$ (vì $\triangle IAB$ cân tại I và $IA=IB=2$).
Ta có: $IH=\sqrt{2}=\dfrac{|1\cdot1+1\cdot(-3)+c|}{\sqrt{1^2+1^2}}\Leftrightarrow|c-2|=2\Leftrightarrow c=4(L)\vee c=0(N)$.
Vậy $x+y=0$.