

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)

Ngày thi: 12/03/2023

(Đề thi gồm có 02 trang)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Học sinh kẻ bảng sau vào giấy làm bài thi và ghi câu trả lời tương ứng vào ô:

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời										

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{\frac{x^2}{x+1}}$ xác định khi và chỉ khi:

- A. $x > -1$ B. $x \geq -1$ C. $x \in R$ D. $x \geq 0$

Câu 2. Cho $a, b \in R$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (với $a, b \geq 0$)
 B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (với $a \geq 0; b > 0$) D. A, B, C đều đúng.

Câu 3. Câu nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$ C. $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$
 B. $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$ D. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

Câu 4. Cho hàm số $y = 3 - 2x$, điểm $A(a; b)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = 3 - 2x$ khi:

- A. $-2a + 3 = b$ B. $3 - 2b = a$ C. $3 + 2a = b$ D. $3a - 2b = 0$

Câu 5. Cho 2 đường thẳng: $y = -kx + 1$ và $y = (2k + 1)x - 1$, ($k \neq 0; k \neq -\frac{1}{2}$). Hai đường thẳng cắt nhau khi:

- A. $k = -3$ B. $k \neq -3$ C. $k = -\frac{1}{3}$ D. $k \neq -\frac{1}{3}$

Câu 6. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^2 - 3x + 2m = 0$ vô nghiệm?

- A. $m > -\frac{9}{8}$ B. $m < -\frac{9}{8}$ C. $m > \frac{9}{8}$ D. $m < \frac{9}{8}$

Câu 7. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R , biết $\angle ACB = 45^\circ$. Tính độ dài dây cung AB .

- A. $AB = R$ B. $AB = 2R$ C. $AB = R\sqrt{2}$ D. $AB = R\sqrt{3}$

Câu 8. Gọi $(a_0; b_0)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 4 \\ \frac{1}{a} + \frac{3}{2b} = -1 \end{cases}$. Tính $\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b_0}$.

- A. 1 B. -0,5 C. 0,5 D. -1

Câu 9. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có $\angle BAC = 75^\circ$ nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi M và N theo thứ tự là điểm chính giữa của hai cung nhỏ AB và AC . Dây MN cắt AB tại H , AC tại K . Tam giác AHK là tam giác gì?

- A. Tam giác vuông
 B. Tam giác vuông cân
 C. Tam giác đều
 D. Tam giác cân

Câu 10. Từ điểm P ở bên ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến PM với (O) , M là tiếp điểm. Đường thẳng PO cắt (O) tại A và B (A ở giữa P và O). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\triangle PAM \sim \triangle PMB$
 B. $PM = PA \cdot PB$
 C. $PM^2 = PA \cdot PO$
 D. Cả A và B đều đúng

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Cho biểu thức:

$$P(x) = \left(4 - \sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{2 - \sqrt{x}} + \frac{1}{x - 4}\right) \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4.$$

Tính giá trị của $P(x)$ khi $x = 21 - 12\sqrt{3}$.

b) Cho hình chữ nhật $ABCD$ ($AB < AD$) có $AC = 13$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, D lên AC . Biết $BH = \frac{60}{13}$. Tính diện tích tứ giác $BHDK$.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $(2x^4 - 3x^2 - 9)(\sqrt{2x + 1} + x - 1) = 0$.

b) Đèo Hải Vân, đèo nối Huế và Đà Nẵng có chiều dài 21km với đỉnh cao nhất là 496m so với mực nước biển. Hiện nay đèo Hải Vân đã có hầm qua núi nhưng nhiều người vẫn chọn cách đi tàu để có thể thưởng ngoạn phong cảnh kỳ thú của Hải Vân - nơi được mệnh danh là "Thiên hạ đệ nhất hùng quan". Cung đường sắt Hải Vân nằm phía đông trục đường bộ (Quốc lộ 1), sát biển. Đoàn tàu sẽ đi trên sườn núi, qua 18 cầu và 6 hầm chui.

Người ta thấy rằng khi đoàn tàu chui qua hầm dài 600m của đèo Hải Vân thì mất 52 giây mới hoàn toàn ra khỏi hầm. Cũng vận tốc đó, người ta lại thấy đoàn tàu lướt qua một người đi bộ ngược chiều với nó trong 3,75 giây. Biết vận tốc người đi bộ là 3 km/h, hỏi vận tốc và chiều dài đoàn tàu là bao nhiêu?

Bài 3. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (5m + 3)x + 4m^2 + 6m + 2 = 0$.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $2x_1 - x_2 = 3$.

Bài 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A cạnh a với M là trung điểm của BC . Điểm D là một điểm thuộc tia đối của tia MA sao cho $MD < MA$. Gọi E, F theo thứ tự là hình chiếu của D trên AB và AC . Dựng $EH \perp MF$ (H thuộc MF).

- a) Chứng minh tứ giác $AHDF$ nội tiếp đường tròn tâm O và $FM \cdot FH = FD^2$.
 b) Chứng minh rằng $AF \cdot AC = AM \cdot AD$ và B, H, D thẳng hàng.
 c) Gọi S là giao điểm của MB và DE , P và Q theo thứ tự là trung điểm của BD và MF . Chứng minh $AS = BD$ và $AQ \perp QP$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)

Ngày thi: 12/03/2023

(Đáp án gồm có 03 trang)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	A	B	C	A	D	C	C	B	D	A

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

$$\begin{aligned} \text{a) } P(x) &= \left(4 - \sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{x-4}\right) \\ &= \left[\frac{(4-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1) - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right] \cdot \left[\frac{(\sqrt{x}+2)^2 - 1}{4-x}\right] \\ &= \frac{4-x}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)}{4-x} \\ &= \sqrt{x} + 3 \end{aligned}$$

0,5đ

Thay $x = 21 - 12\sqrt{3}$ vào $P(x)$, ta có:

$$P(21 - 12\sqrt{3}) = \sqrt{21 - 12\sqrt{3}} + 3 = \sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2 + 3} + 3 = 2\sqrt{3}$$

0,25đ

b) Đặt $AH = x$ ($x > 0$)

$\triangle ABC$ vuông tại B có BH là đường cao nên:

$$BH^2 = AH \cdot HC \Leftrightarrow \left(\frac{60}{13}\right)^2 = x \cdot (13 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{144}{25} \\ x = \frac{13}{13} \end{cases}$$

0,25đ

Vì $AB < BC$ suy ra $AH < HC$ nên ta loại trường hợp $AH = x = \frac{144}{25}$

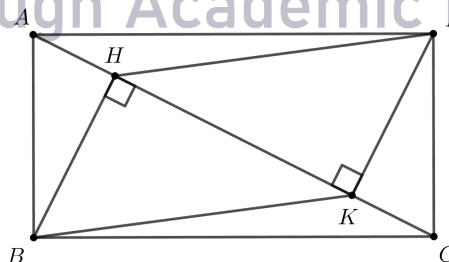
$$\text{Do đó } AH = \frac{25}{13}$$

$\triangle ABH = \triangle CDK$ (ch.gn) suy ra $AH = CK = \frac{25}{13}$ và $BH = DK = \frac{60}{13}$

$$\text{Ta có: } HK = AC - 2AH = \frac{119}{13} \quad 0,25đ$$

$$\text{Diện tích tứ giác } BHDK: S_{BHDK} = 2S_{BHK} = BH \cdot HK = \frac{7140}{169} \quad 0,25đ$$

STAR EDUCATION
Success Through Academic Readiness



Bài 2. (2,0 điểm)

a) $(2x^4 - 3x^2 - 9)(\sqrt{2x+1} + x - 1) = 0$ (ĐKXD: $x \geq -\frac{1}{2}$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^4 - 3x^2 - 9 = 0 & (1) \\ \sqrt{2x+1} + x - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x^2 - 3)(2x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} & (n) \\ x = -\sqrt{3} & (l) \end{cases}$$

0,5đ

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = 1 - x \text{ (ĐK: } x \leq 1)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 1 - 2x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (n) \\ x = 4 & (l) \end{cases}$$

0,5đ

Vậy $S = \{0; \sqrt{3}\}$

b) Gọi x (m/s) là vận tốc của đoàn tàu; y (m) là chiều dài đoàn tàu. ($x, y > 0$)

Đổi đơn vị: $3 \text{ km/h} = \frac{5}{6} \text{ m/s}$

Đoàn tàu chui hoàn toàn khỏi hầm khi đuôi tàu chui ra khỏi hầm, nên quãng đường tàu đi sau 52 giây là: $600 + y$ 0,25đ

Đoàn tàu lướt qua người đi bộ nghĩa là đuôi tàu phải qua khỏi người đi bộ, nên tổng quãng đường của đoàn tàu và người đi bộ ngược chiều sau 3,75 giây bằng chiều dài đoàn tàu. 0,25đ

Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 52x = 600 + y \\ 3,75x + 3,75 \cdot \frac{5}{6} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 52x - y = 600 \\ 3,75x - y = -\frac{25}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12,5 \\ y = 50 \end{cases}$$

0,25đ

Vậy đoàn tàu đi với vận tốc 12,5 m/s và có chiều dài 50m. 0,25đ

Bài 3. (1,5 điểm)

a) $\Delta = (5m + 3)^2 - 4(4m^2 + 6m + 2) = 9m^2 + 6m + 1 = (3m + 1)^2$ 0,25đ

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (3m + 1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{3}$

0,25đ

Vậy $m \neq -\frac{1}{3}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \neq -\frac{1}{3}$

Với $\Delta = (3m + 1)^2$ suy ra phương trình có hai nghiệm

$$x = -m - 1 \text{ hoặc } x = -4m - 2$$

0,5đ

Khi $x_1 = -m - 1$ và $x_2 = -4m - 2$, ta có:

$$2x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow 2(-m - 1) - (-4m - 2) = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \text{ (nhận)}$$

0,25đ

Khi $x_1 = -4m - 2$ và $x_2 = -m - 1$, ta có:

$$2x_1 - x_2 = 3 \Leftrightarrow 2(-4m - 2) - (-m - 1) = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{6}{7} \text{ (nhận)} \quad 0,25đ$$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ hoặc $m = -\frac{6}{7}$ thỏa yêu cầu bài.

Bài 4. (3,0 điểm)

- a) Năm điểm A, E, H, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính AD , vì vậy tứ giác $AHDF$ nội tiếp. 0,5đ

$$\triangle FMD \sim \triangle FDH (g.g) \text{ Suy ra } FM \cdot FH = FD^2 \quad 0,5đ$$

- b) $\triangle AFD \sim \triangle AMC (g.g)$ Suy ra $AF \cdot AC = AM \cdot AD$.
Theo tính chất đối xứng trục, $AF \cdot AC = AE \cdot AB$. 0,5đ

Suy ra $\triangle AEM \sim \triangle ADB (c.g.c)$ suy ra tứ giác $BEMD$ nội tiếp.

Ta có: $\angle EDB = \angle EMB = \angle MEF = \angle MFE = \angle EDH$.

Vì vậy hai tia DH, DB trùng nhau suy ra B, H, D thẳng hàng. 0,5đ

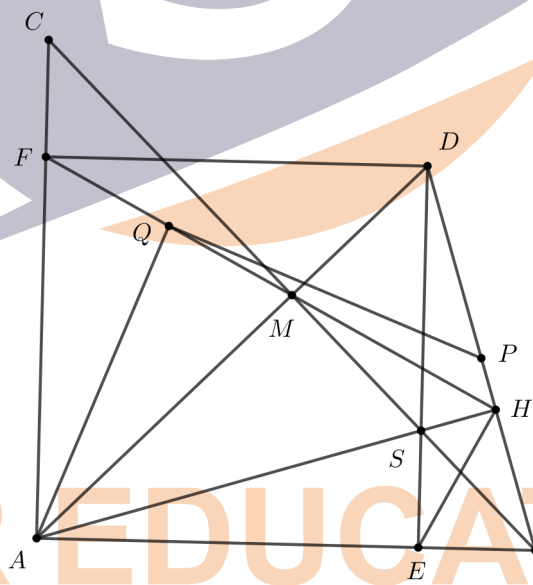
- c) Vì S là trực tâm của tam giác ABD nên AH đi qua S .
 $\triangle BMD \sim \triangle AMS (c.g.c)$ Suy ra $AS = BD$. 0,5đ

Ta có: $\triangle AEM \sim \triangle ADB$ và $\triangle AEM = \triangle AFM$

Nên $\triangle AFM \sim \triangle ADB$ Suy ra $\triangle AQM \sim \triangle APB (c.g.c)$

Suy ra $\angle AQM = \angle APB$ suy ra tứ giác $APHQ$ nội tiếp,

suy ra $\angle AQP = \angle AHP = 90^\circ$ 0,5đ



STAR EDUCATION

Success Through Academic Readiness